4) a) f continue et strictement croissante

sur $\mathbb{R}$ donc f réalise une bijection réciproque définie sur : $f(\mathbb{R}) = \left]\lim_{-\infty} f, \lim_{+\infty} f\right[=]0,1[$.

b) $x \in \mathbb{R}, y \in]0,1[$

$$f(x) = y \Leftrightarrow \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} = y$$
$$\Leftrightarrow e^{2x} = y\left(1+e^{2x}\right)$$
$$\Leftrightarrow e^{2x} - ye^{2x} = y$$
$$\Leftrightarrow e^{2x}(1-y) = y \text{ or } y \neq 1$$
$$\Leftrightarrow e^{2x} = \frac{y}{1-y}$$
$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{2x}\right) = \ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$$
$$\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$$

Donc : pour $x \in \mathbb{R}, y \in]0,1[$

$$f(x) = y \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$$

c) f est une bijection et d'après b/

$$f(x) = y \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$$

Donc $f^{-1}(y) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$

D'où $g(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) = f^{-1}(x)$

Donc C_g est le symétrique de $\mathcal{C}$ par rapport à : $\Delta : y = x$.

Exercice 26

$$Q(t) = \frac{1}{3}t.e^{3-t}$$

1) le volume V présent dans le sang au bout de 90 mn c'est-à-dire

au bout de $t = \frac{3}{2}$ (une heure et demi)

est $Q\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}.e^{3-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}}$

Donc : $\boxed{V = 2,24cm^3}$

2)*/ calculons le volume V présent

au bout de $t = \frac{1}{2}$ (une demi heure)

$$Q\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}e^{3-\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}e^{\frac{5}{2}}$$

$\approx 2,03cm^3$.

Le volume de médicament que le patient a-t-il éliminé au bout d'une demi-heure est : $3 - 2,03cm^3$

c'est-à-dire : $0,97cm^3$.

*/ même calcul pour : $t = 1$ (une heure)

$Q(1) = \frac{1}{3}e^2 \approx 2,46$.

D'où le volume qui a était éliminé au bout d'une heure est :

$3 - 2,46 \approx \boxed{0,54cm^3}$

3) $Q'(t) = \frac{1}{3}e^{3-t} + \frac{1}{3}t(-1)e^{3-t}$

$= \frac{1}{3}e^{3-t}(1-t)$

T.V :

x	0		1		$+\infty$
$Q'(x)$		+	0	−	
$Q(x)$	0	↗	$\frac{1}{3}e^2$	↘	0

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{1}{3}te^{3-t} = \lim_{t\to+\infty} \frac{1}{3} \times \frac{t}{e^t} \times e^3$$

$$= \lim_{t\to+\infty} \frac{e^3}{3} \times \frac{1}{\frac{e^t}{t}} = 0$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn